Fachhochschule Aalen
Studiengang Wirtschaftsingenieurwesen
Physik II Dr. Haan
WS 2004/2005

Klausur am 9. Februar 2005

Folgendes bitte deutlich schreiben:

Name: ______________________________

Vorname: ___________________________

Geburtstag: _________________________

Matrikelnummer: _____________________

Sie haben für die Klausur 90 Minuten Zeit. **Lösungen zählen nur dann, wenn der richtige Lösungsweg durch die Angabe der entsprechenden Formeln ersichtlich ist.**
Zugelassene Hilfsmittel: Hering: Physik für Ingenieure, Kuchling: Taschenbuch der Physik, Scriptmitschrift der Vorlesung (gebunden, keine „Lose-Blatt-Sammlung“), Übungsaufgaben aus der Vorlesung (gebunden) und Taschenrechner.

Viel Erfolg,

Ihr

Hubertus Haan

Aufgabe 1 (17 Punkte)

Zur Huldigung von Albert Einstein (vor 100 Jahren veröffentlichte er als 27-jähriger seine ersten Theorien) planen Sie, das Wort Einstein auf den Schirm eines Oszilloskops zu schreiben, siehe Abbildung 1. Sie fangen mit einem „i-Punkt" an.

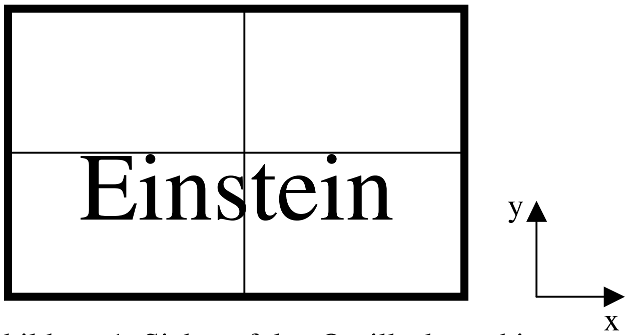


Abbildung 1: Sicht auf den Oszilloskopschirm

Wie in Abbildung 2 gezeigt, werden die Elektronen mittels einer Glühkathode (in Abbildung 2 links angedeutet) freigesetzt und dann mit einer Beschleunigungs-Spannung von 2.5 kV auf einer Strecke von 2 cm in z-Richtung beschleunigt und auf eine Geschwindigkeit v_z gebracht . (Ladung des Elektrons $q_e = 1.6 * 10^{-19} C$, Masse des Elektrons $m_e = 9.1 * 10^{-31} kg$, klassisch, also nicht-relativistisch rechnen!)
Nach Verlassen der Beschleunigungs-Strecke bei z = 2 cm fliegen die Elektronen eine Strecke von 4 cm um bei z = 6 cm in den Ablenk-Kondensator einzutreten, an dem eine Spannung von 250V anliegt. Der Plattenabstand beträgt 4 cm. Nach weiteren 9 Zentimetern treffen sie bei z = 15 cm auf den Phosphor-Schirm, der direkt hinter dem Kondensator angeordnet ist. In y-Richtung werden die Elektronen noch nicht abgelenkt.

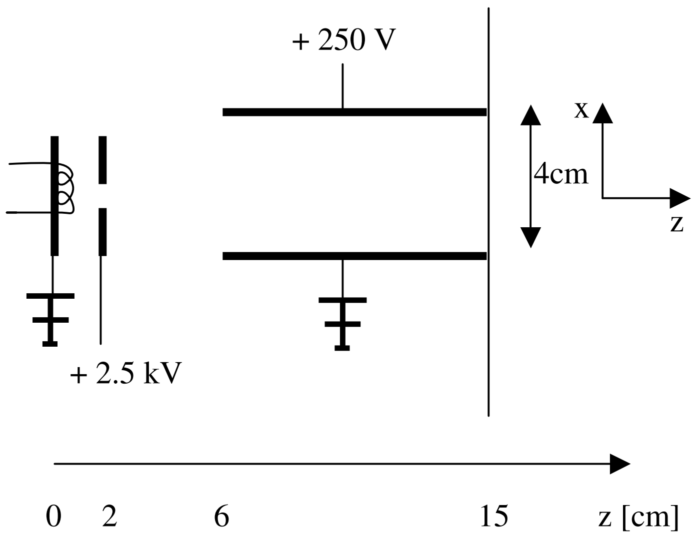


Abbildung 2: Oszilloskop in Draufsicht von oben.

a) Welche Geschwindigkeit haben die Elektronen nach Verlassen der Beschleunigungsstrecke bei x = 2cm (nicht-relativistisch rechnen!)?
b) Wie lange (t=?) fliegen die Elektronen im Kondensator?
c) Geben Sie die Lage der Elektronen beim Auftreffen auf den Schirm an (x=, y=, z=).
d) Zeichnen Sie ungefähr die Bahn der Elektronen in Abbildung 2 ein.
e) Welcher „i-Punkt" vom Wort Einstein wird nun aufleuchten? Der erste oder zweite?
f) Um den Rest dieses Buchstaben „i" auf den Oszilloskop-Schirm zu schreiben, könnten Sie ein Magnetfeld $\vec{B}$ dem elektrischen Feld des Kondensators überlagern, z.B. mit sog. Helmholtz-Spulen. Zeichen Sie die Richtung des B-Feldes in Abbildung 1 und Abbildung 2 ein (z.B. mit Symbolen $\uparrow$,$\otimes$,$\bullet$ und der Beschriftung „$\vec{B}$"), welches notwendig wäre, um eine Ablenkung des Elektronenstrahls um y = -2 cm zu erhalten.
g) Welche Stärke müsste das Magnetfeld haben, um die in f) geforderte Ablenkung zu erhalten. Annahme: das B-Feld ist örtlich nur dort wirksam, wo sich der Kondensator befindet.

Lösung:

$$Nicht-relativistisch:$$

a)

2 $$v_z = \sqrt{\frac{2q_eU}{m_e}} = \sqrt{\frac{2*1.6*10^{-19}\,C*2500V}{9.1*10^{-31}\,kg}} = 3*10^7\,\frac{m}{s}$$

b) Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit in z-Richtung

2 $$t = \frac{z}{v_z} = \frac{0.09m}{3*10^7\,\frac{m}{s}} = 3\ ns$$

c) Bewegung mit konstanter Beschleunigung in x-Richtung

1 $$x = \frac{1}{2}at^2$$

1 $$F = m_e * a \qquad a = \frac{F}{m_e} = \frac{q_eE}{m_e} = \frac{q_eU_{Platten}}{m_ed}$$

2 $$x = \frac{q_eU_{Platten}t^2}{m_ed} = \frac{1.6*10^{-19}\,C*250V*(3*10^{-9}\,s)^2}{2*9.1*10^{-31}\,kg*0.04m} = 0.005m = 0.5cm$$

$$x = 0.5cm,\ y = 0cm,\ z = 15cm$$

1 d) Ablenkung im Kondensator nach oben.

1 e) Der zweite „i-Punkt".

3 f) Das B-Feld ist in Abbildung 1 von unten nach oben gerichtet und in Abbildung 2 von links nach rechts

g)

1 $$y = \frac{1}{2}at^2 \ \ mit\ t\ aus\ teil\ a)\ und\ \ y = -0.02m$$

$$F = m_e * a \quad mit\ \vec{F} = -\vec{q}_e\vec{v}_z \times \vec{B},\ alle\ Vektoren\ aufeinander\ senkrecht$$

$$Vorzeichen\ brauchen\ nicht\ mitgeschleppt\ zu\ werden, da\ Ablenkungsrichtung\ bekannt.$$

3 $$a = \frac{F}{m_e} = \frac{q_ev_zB}{m_e}\ \ oben\ einsetzen\ und\ nach\ B\ umstellen$$

$$B = \frac{2ym_e}{q_ev_zt^2} = \frac{2*0.02*9.1*10^{-31}\,kg}{1.6*10^{-19}\,C*3*10^7\,\frac{m}{s}*(3*10^{-9}\,s)^2} = 8.4*10^{-4}T$$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Berechnen Sie die Teilaufgabe 1 a) mit den in der Einstein´schen Theorie postulierten und später nachgewiesenen relativistischen Effekten.

a) Wie schnell bewegt sich das Elektron bei einer Beschleunigungsspannung von 2.5 kV, wenn relativistisch gerechnet wird?
b) Welchen prozentualen Fehler macht man gegenüber der klassischen Rechnung bei 2.5 kV?
c) Wie schnell bewegt sich das Elektron bei einer Beschleunigungsspannung von 25 kV, wenn relativistisch gerechnet wird?
d) Welchen prozentualen Fehler macht man gegenüber der klassischen Rechnung bei 25 kV?

Lösung:

a)

Relativistisch:

2 $$v_z = c * \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{qU}{m_e c^2} + 1\right)^2}} = 3 * 10^8 \frac{m}{s} * \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{1.6 * 10^{-19}\, C\, 2500\, V}{9.1 * 10^{-31}\, kg * (3 * 10^8 \frac{m}{s})^2} + 1\right)^2}} =$$

$$3 * 10^7 \frac{m}{s}$$

Nicht-relativistisch:

2 $$v_z = \sqrt{\frac{2 q_e U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 * 1.6 * 10^{-19}\, C * 2500\, V}{9.1 * 10^{-31}\, kg}} = 3 * 10^7 \frac{m}{s}$$

2 *b) der Fehler ist vernachlässigbar*

c)

Relativistisch:

2 $$v_z = c * \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{qU}{m_e c^2} + 1\right)^2}} = 3 * 10^8 \frac{m}{s} * \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{1.6 * 10^{-19}\, C\, 2500\, V}{9.1 * 10^{-31}\, kg * (3 * 10^8 \frac{m}{s})^2} + 1\right)^2}} =$$

$$9.04 * 10^7 \frac{m}{s} = c * 0.3$$

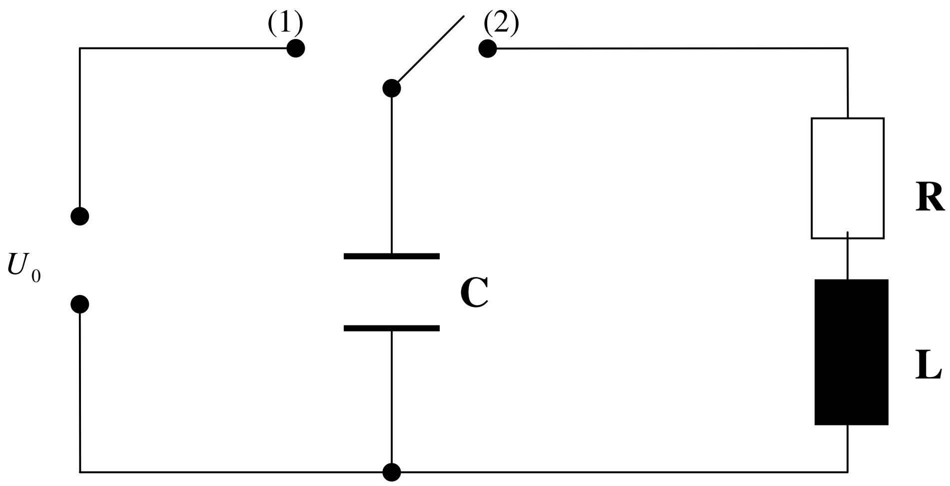
Nicht-relativistisch:

2 $$v_z = \sqrt{\frac{2 q_e U}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 * 1.6 * 10^{-19}\, C * 25000\, V}{9.1 * 10^{-31}\, kg}} = 9.37 * 10^7 \frac{m}{s}$$

2 *d) der Fehler beträgt 3.6 %*

Aufgabe 3 (13 Punkte)

Das Schaltbild zeigt einen Schwingkreis. In der Schalterstellung (1) wird der Kondensator mit Gleichspannung auf U_0 geladen. Durch Umlegen des Schalters nach (2) wird der Stromkreis kurzgeschlossen und die Spannungsquelle abgekoppelt. Folgende Werte haben die Bauelemente: **C=0.25nF, R=6kΩ, L=100H**.



a) Stellen Sie die Differenzialgleichung für I(t) für die Schalterstellung (2) auf.
b) Geben Sie die Lösung der Differenzialgleichung an.
c) Wie groß ist die Kreisfrequenz ω, die Periodendauer T und die Frequenz f des gedämpften Schwingkreises?
d) Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ (Umschalten von 1 nach 2) ist der Kondensator mit U_0 geladen. Um welchen Faktor nimmt die Amplitude der gedämpften Schwingung nach 100 Schwingungen ab?

Lösung:

a) $$\frac{d^2}{dt^2} I + \frac{R}{L}\frac{d}{dt} I + \frac{1}{LC} I = 0$$

3 entspricht dem gedämpften harmonischen Oszillator

b) $$I(t) = \hat{I} e^{-\frac{R}{2L}t} \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} * t + \varphi_0\right)$$

3

c) $$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 6324 \frac{1}{s} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 9.9 * 10^{-4}\, s \approx 1 * 10^{-3}\, s \quad f = \frac{1}{T} = 1\ kHz$$

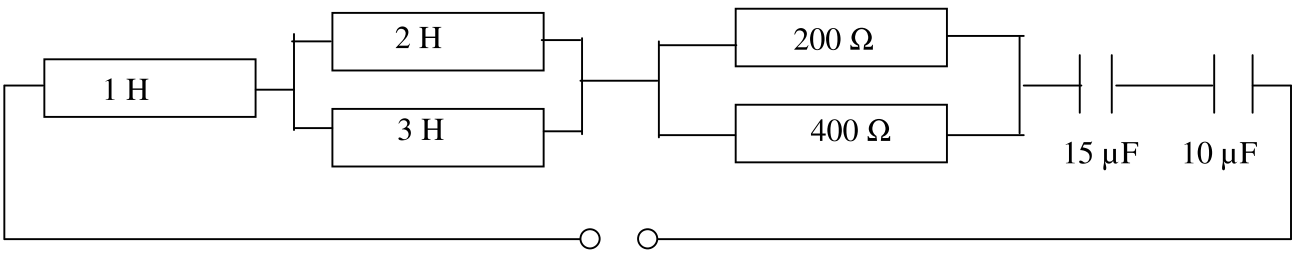
3

d) $$\frac{I(t)}{I(t + 100 * T)} = e^{\frac{R}{2L}100T} = e^{\frac{6*10^3\,\Omega}{2*100H}100*0.001s} = 20$$

4

Aufgabe 4 (14 Punkte)

Für folgende Schaltung sollen die Stromstärke, der Verlustwinkel φ und die Wirkleistung im Wechselstromnetz (230 V, 50 Hz) berechnet werden.



Lösung:

2
$$X_{L,ges} = \omega L_1 + \frac{1}{\frac{1}{\omega L_2}+\frac{1}{\omega L_3}} = \omega\left[L_1 + \frac{1}{\frac{1}{L_2}+\frac{1}{L_3}}\right] = 2*\pi*50\frac{1}{s}*\left[1H + \frac{1}{\frac{1}{2H}+\frac{1}{3H}}\right] =$$
$$2*\pi*50\frac{1}{s}*2.2H = 691.15\Omega$$

2
$$R_{ges} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{200\Omega}+\frac{1}{400\Omega}} = 133\Omega$$

2
$$X_{C,ges} = \frac{1}{\omega C_1}+\frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2*\pi*50\frac{1}{s}}*\left[\frac{1}{15*10^{-6}F}+\frac{1}{10*10^{-6}F}\right] = 530.5\frac{s}{\frac{As}{V}} = 530.5\Omega$$

2
$$Z = \sqrt{R^2+\left(X_L - X_C\right)^2} = 208\Omega$$

2
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230V}{208\Omega}1.11A$$

2
$$\tan(\varphi) = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\varphi = 50^0$$

2
$$P = U*I*\cos(\varphi) = 164W$$

$$Z = \sqrt{R^2+(X_L - X_C)} = 208\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230V}{208\Omega} = 1.11A$$

$$\tan(\rho) = \frac{X_L - X_C}{R} = 1.2$$

$$\varphi = 50^{\wedge 0}$$

$$P = U*I*\cos(\rho) = 230V*1.11A*\cos(50^0) = 163W$$